Curso: Agronomia	Ano/Período: 2025/1	Bimestre: 1	Data: 11/04/2025
Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral		Valor: 2,0	Prof.: Antonio Melo
Aluno(a):		Menção obtida ______,______	______ Visto do Aluno(a)

Simulado — Limites, Continuidade e Derivadas

1 Como você "removeria a descontinuidade" de $f(x) = \dfrac{x^2 - x - 2}{x-2}$? Em outras palavras, como você definiria $f(2)$ no intuito de fazer f contínua em 2?

Como $\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2} \dfrac{x^2-x-2}{x-2} = \lim_{x\to 2} \dfrac{(x-2)(x+1)}{x-2} = \lim_{x\to 2} x+1 = 3$, então definindo $f(2) = 3$ teríamos continuidade no ponto 2.

2 Determine se é Verdadeiro (justificando a afirmação) ou Falso (mostrando onde falha):

a) Se $\lim_{x\to a} f(x)$ existe, então f é contínua em a.

Falso. Pela definição, para ser contínua, o limite deve ser igual ao valor da função no ponto.

Exemplo: $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x}; & x \neq 0; \\ 2; & x = 0; \end{cases}$ O limite no zero é 1 (existe) mas $f(0) = 2$ (descontínua em 2).

b) Se f é contínua em a, então $\lim_{x\to a} f(x)$ existe.

Verdadeiro. Se f é contínua o limite existe e coincide com o valor da função.

c) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{1}{2x+3} = 0$

Verdadeiro. Pode ser conferido pelo grau dos polinômios ou por redução por fatoração:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1}{2x+3} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{2x}{x} + \frac{3}{x}} = \frac{0}{2+0} = 0 \,.$$

d) $\lim_{x\to -\infty} \dfrac{1-x-x^2}{2x^2-7} = \dfrac{1}{2}$

Falso. Pelo grau dos polinômios, devemos ter o limite igual ao quociente dos coeficientes dos termos de maior grau, que neste caso, seriam -1 e 2. Usando redução por fatoração:

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{1-x-x^2}{2x^2-7} = \lim_{x\to -\infty} \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{x}{x^2} - \frac{x^2}{x^2}}{\frac{2x^2}{x^2} - \frac{7}{x^2}} = \frac{0-0-1}{2-0} = -\frac{1}{2} \,.$$

3 Usando a definição $f'(a) = \lim_{h\to 0} \dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$, calcule a derivada no ponto a das seguintes funções:

a) $f(x) = -5x + 1$

$$\begin{aligned} f'(a) &= \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{-5(a+h) + 1 - (-5)a - 1}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{-5h}{h} = -5 \end{aligned}$$

b) $f(x) = x^2$

$$\begin{aligned} f'(a) &= \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{(a+h)^2 - a^2}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{a^2 + 2ah + h^2 - a^2}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{2ah + h^2}{h} = 2a \end{aligned}$$

4 Utilize as Regras de Derivação para calcular a derivada $f'(x)$ de cada uma das funções a seguir:

a) $f(x) = \overbrace{7x}^{\text{Potência}} - \overbrace{6}^{\text{Constante}}$

$$\Rightarrow f'(x) = 7x^0 - 0 = 7$$

b) $f(x) = \overbrace{3x^2}^{\text{Potência}} + \overbrace{2}^{\text{Constante}}$

$$\Rightarrow f'(x) = 2 \cdot 3x^1 + 0 = 6x$$

c) $f(x) = \overbrace{\dfrac{x^5}{4}}^{\text{Potência}} + \overbrace{e^x}^{\text{Exponencial}}$

$$\Rightarrow f'(x) = 5 \cdot \frac{x^4}{4} + e^x = \frac{5x^4}{4} + e^x$$

d) $f(x) = \overbrace{\dfrac{x^3}{3}}^{\text{Potência}} - \overbrace{\operatorname{sen}(x)}^{\text{Seno (trigonométrica)}}$

$$\Rightarrow f'(x) = 3 \cdot \frac{x^2}{3} - \cos(x) = x^2 - \cos(x)$$