

Exercícios – Aplicações da Integral

Resumo sobre Aplicações da Integral

Trabalho

Consideremos uma partícula de massa m que se desloca ao longo de uma reta sob a influência de uma força F . Da segunda lei de Newton, sabemos que F é dada pelo produto da massa pela sua aceleração a : $F = m \cdot a$. Se a aceleração é constante, então a força também é constante. O trabalho T realizado pela partícula para deslocar-se ao longo de uma reta, percorrendo uma distância d é dado pelo produto da força pela distância: $T = F \cdot d$, com T medido em J (Joule). Se uma força variável $y = f(x)$ (f função contínua) atua sobre um objeto situado no ponto x , o trabalho realizado por esta força quando o objeto se desloca de a até b ao longo deste eixo, é dado por:

$$T = \int_a^b f(x) dx$$

Volume de Sólidos de revolução

Considere o sólido de revolução S obtido girando a região delimitada por uma função f ao redor do eixo dos x . Então o volume $V(S)$ do sólido S é:

$$V(S) = \pi \int_a^b f(x)^2 dx$$

Comprimento de arco ao longo de uma curva

Considere o arco obtido ao longo de uma curva γ definida por uma função $f(x)$. Então o comprimento L desse arco é:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

onde $(f'(x))^2$ é o quadrado da derivada de $f(x)$.

1 Use substituição para calcular $\int_0^{\frac{3}{4}} \frac{1}{1-x} dx$

2 Uma partícula é localizada a uma distância de x cm da origem. Uma força de $(x^4 + 2x^3 + 3x^2)$ N age sobre a partícula quando a mesma se move de $x = 1$ até $x = 2$. Qual é o trabalho realizado pela partícula para deslocar-se?

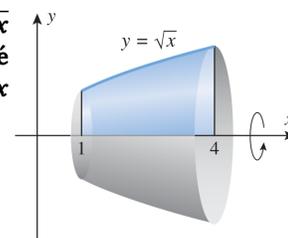
3 Qual é o trabalho realizado ao se esticar uma mola em 8 cm sabendo que a força de 1 N a estica em 1 cm (N=Newton)? (Dica: use a lei de Hooke conhecida da Física básica para modelar a função de comportamento da mola.)

4 Qual é o volume gerado quando a área abaixo de $y = x^2$ de $x = 0$ até $x = 5$ é rodada em relação ao eixo x ?

5 Encontre o volume de revolução da área sob $y = 3\sqrt{x}$ de $x = 2$ até $x = 4$ em relação ao eixo x .

6 Encontre o volume do sólido obtido quando

a região sob a curva $y = \sqrt{x}$ acima do intervalo $[1, 4]$ é girada em torno do eixo x conforme a figura ao lado.



7 Qual é o volume de revolução quando a área sob $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x}$ de $x = 2$ até $x = 6$ é girada no eixo x .

8 Encontre o comprimento de arco da curva dada por $y = x^{\frac{3}{2}}$ de $(1, 1)$ até $(2, 2\sqrt{2})$. (Dica: você precisará usar a regra da substituição para resolver a integral)