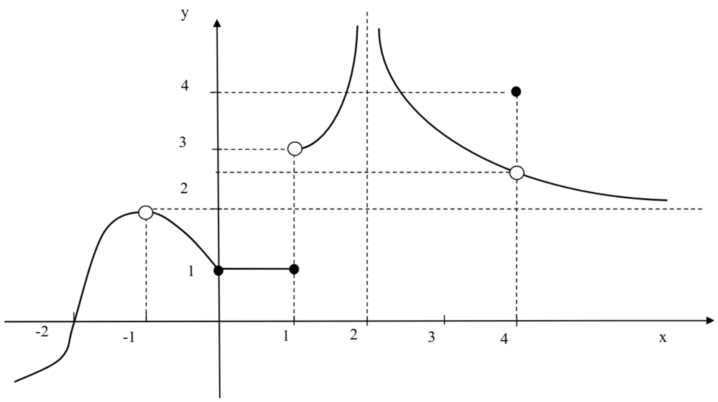
Universidade Estadual de Goiás
Câmpus Nordeste
UnU - Posse

Curso: Agronomia	Ano/Período: 2025/1	Bimestre: 1	Data: 24/04/2025
Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral		Valor: 6,0	Prof.: Antonio Melo
Aluno(a):		Menção obtida ______,______	______ Visto do Aluno(a)

AVALIAÇÃO — Limites, Continuidade e Derivadas



1 a) Determine se f esboçada no gráfico acima é contínua ou não nos pontos DESTACADOS.

Ponto $-1 \Rightarrow f(-1)$ não é contínua.

Ponto $0 \Rightarrow f(0)$ é contínua.

Ponto $1 \Rightarrow f(1)$ não é contínua.

Ponto $2 \Rightarrow f(2)$ não é contínua.

Ponto $4 \Rightarrow f(4)$ não é contínua.

b) Explique, caso não seja contínua, qual (quais) condições são violadas.

Ponto $-1 \Rightarrow f(-1)$ não é contínua, pois o limite existe mas a imagem no ponto não é definida.

Ponto $1 \Rightarrow f(1)$ não é contínua, pois o limite não existe (valores diferentes à esquerda e à direita).

Ponto $2 \Rightarrow f(2)$ não é contínua, pois o limite não existe (valores "estouram", vão para infinito).

Ponto $4 \Rightarrow f(4)$ não é contínua, pois o limite existe mas é diferente da imagem no ponto ($f(4) = 4$).

2 Calcule o limite abaixo, se **existir**, ou diga porque o limite não existe.

a) $$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{(x+1)(x-1)}{x-1} = 1+1 = \boxed{2}$$

b) $$\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^2-x^2}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{x^2+2xh+h^2-x^2}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{2xh+h^2}{h} = \lim_{h\to 0} 2x+h = \boxed{2x}$$

c) $\lim_{x\to 2} f(x)$ para $f(x) = \begin{cases} x^3, & \text{se } x < 2 \\ x+3, & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$ o limite não existe pois se nos aproximarmos de 2 pela esquerda, então $\lim_{x\to 2} f(x) = 8$ enquanto que $\lim_{x\to 2} f(x) = 5$ se nos aproximarmos pela direita.

d) $$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2-x-2}{5x^2+4x+1} = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3x^2}{x^2}-\frac{x}{x^2}-\frac{2}{x^2}}{\frac{5x^2}{x^2}+\frac{4x}{x^2}+\frac{1}{x^2}} = \boxed{\frac{3}{5}}$$

e) $$\lim_{x\to 0}\frac{7x}{3x} = \lim_{x\to 0}\frac{7}{3} = \boxed{\frac{7}{3}}$$

3 Usando a definição $f'(a) = \lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$, calcule a derivada no ponto a da função $f(x) = -7x+5$:

$$\begin{aligned} f'(a) &= \lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{-7(a+h)+5-(-7)a-5}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{-7h}{h} = \boxed{-7} \end{aligned}$$

4 Utilize as Regras de Derivação para calcular a derivada $f'(x)$ de cada uma das funções a seguir:

a) $$f(x) = \overbrace{8x^5}^{\text{Potência}} - \overbrace{5x^4}^{\text{Potência}} + \overbrace{37}^{\text{Constante}}$$
$$= 5\cdot 8x^{5-1} - 4\cdot 5x^{4-1} + 0 = \boxed{40x^4 - 20x^3}$$

b) $$f(x) = \overbrace{\frac{2x}{5}}^{\text{Potência}} + \overbrace{14}^{\text{Constante}} = \frac{2x^{1-1}}{5} + 0 = \boxed{\frac{2}{5}}$$

c) $$f(x) = \overbrace{\frac{x^{-9}}{16}}^{\text{Potência}} + \overbrace{e^x}^{\text{Exponencial}} = \frac{-9x^{-9-1}}{16} + e^x$$
$$= \boxed{-\frac{9x^{-10}}{16} + e^x}$$

d) $$f(x) = \overbrace{\frac{x^6}{6}}^{\text{Potência}} + \overbrace{\cos(x)}^{\text{Cosseno (trigonométrica)}}$$
$$= 6\cdot\frac{x^{6-1}}{6} + (-\operatorname{sen}(x)) = \boxed{x^5 - \operatorname{sen}(x)}$$

Desafio (2 pontos)

Encontre uma equação da reta tangente à parábola $y = x^2 - 8x + 9$ no ponto $(3, 6)$.

(Obs.: Este é um desafio e, para ganhar os pontos extras, a resposta, além de estar correta, deve estar explicada como feito no exemplo resolvido.)

Usando a Regra da Potência, temos $f'(a) = 2a - 8$. Pela equação da reta tangente, temos $y - f(a) = f'(a)(x - a)$, ou seja, no ponto $(3, -6)$, temos $a = 3$. Deste modo,

$$
\begin{aligned}
y - (3^2 - 8 \cdot 3 + 9) &= (2 \cdot 3 - 8)(x - 3) \\
y - (9 - 24 + 9) &= (6 - 8)(x - 3) \\
y + 6 &= -2(x - 3) \\
y &= -2x + 6 - 6 \\
y &= \boxed{-2x}
\end{aligned}
$$